Семестр 2, Контрольная работа (22 апреля 2020 года)

Для матрицы $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$ обозначим через $A_i \in \mathbb{R}^{1 \times m} \quad (i = 1, \ldots, n)$ её i-ю строку, а через $A^j \in \mathbb{R}^{n \times 1} \quad (j = 1, \ldots, m)$ обозначим её j-й столбец.

Тогда для матрицы A имеют место следующие представления

$$A = [A_1, A_2, \ldots, A_n] = (A^1, A^2, \ldots, A^m).$$

Сортировка матрицы по строкам

Пусть заданы матрица $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$ и весовая функция ν_r, определенная на её строках. Требуется построить отсортированную по строкам матрицу

$$A' = [A_{i_1}, A_{i_2}, \ldots, A_{i_n}]$$

такую, что

$$\nu_r(A_{i_1}) \leqslant \nu_r(A_{i_2}) \leqslant \ldots \leqslant \nu_r(A_{i_n}).$$

Алгоритм сортировки должен быть устойчивым. Это означает, что для всех пар индексов k, l $(k < l)$ из равенства весов $\nu_r(A_{i_k}) = \nu_r(A_{i_l})$ следует $i_k < i_l$.

Сортировка матрицы по столбцам

Пусть заданы матрица $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$ и весовая функция ν_c, определенная на её столбцах. Требуется построить отсортированную по столбцам матрицу

$$A' = (A^{j_1}, A^{j_2}, \ldots, A^{j_m})$$

такую, что

$$\nu_c(A^{j_1}) \leqslant \nu_c(A^{j_2}) \leqslant \ldots \leqslant \nu_c(A^{j_m}).$$

Алгоритм сортировки должен быть устойчивым. Это означает, для всех пар индексов k, l $(k < l)$ из равенства весов $\nu_c(A^{j_k}) = \nu_c(A^{j_l})$ следует $j_k < j_l$.

Пример

В качестве примера рассмотрим задачу сортировки матрицы по строкам. Весом строки является значение её максимального элемента.

Рассмотрим матрицу

$$A = [A_1, A_2, A_3, A_4, A_5] = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 & 2 \\ 4 & 8 & 6 & 4 \\ 3 & 6 & 9 & 6 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Её строки имеют следующие веса

$$\begin{aligned} \nu_r(A_1) &= 5, \\ \nu_r(A_2) &= 8, \\ \nu_r(A_3) &= 9, \\ \nu_r(A_4) &= 8, \\ \nu_r(A_5) &= 4. \end{aligned}$$

Результатом устойчивой сортировки матрицы A является матрица

$$A' = [A_5, A_1, A_2, A_4, A_3] = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 4 & 3 & 2 \\ 4 & 8 & 6 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 6 & 9 & 6 \end{pmatrix}.$$

Программная реализация

Программа имеет три входных параметра: количество строк матрицы, количество столбцов матрицы, имя файла, в котором построчно записана матрица. Входные параметры передаются при запуске программы в качестве аргументов командной строки.

В случае успешного решения задачи в стандартный поток вывода должна быть напечатана отсортированная матрица и функция `main` должна вернуть статус `0`.

При возникновении нештатных ситуаций (некорректные входные параметры, ошибка выделения памяти) функция `main` должна возвращать статус `-1`.

Пример запуска программы

```
$ cat m.dat
5 4 3 2
4 8 6 4
3 6 9 6
2 4 6 8
1 2 3 4

$ ./prog 5 4 m.dat
1 2 3 4
5 4 3 2
4 8 6 4
2 4 6 8
3 6 9 6
```

Для хранения матрицы (сначала исходной, а потом отсортированной) должен быть динамически выделен один одномерный массив соответствующего размера. Больше динамически выделять память не разрешается.

Функция сортировки должна иметь следующий прототип

```
void sort(double *a, int n, int m);
```

Задачи

Задача 1г. Отсортировать матрицу по строкам с весовой функцией

$$\nu_\text{г}(X) = \max_j x_j,$$

где $X = (x_j) \in \mathbb{R}^{1\times m}$.

Задача 1с. Отсортировать матрицу по столбцам с весовой функцией

$$\nu_\text{с}(Y) = \max_i y_i,$$

где $Y = [y_i] \in \mathbb{R}^{n\times 1}$.

Задача 2г. Отсортировать матрицу по строкам с весовой функцией

$$\nu_\text{г}(X) = \max_j |x_j|,$$

где $X = (x_j) \in \mathbb{R}^{1\times m}$.

Задача 2с. Отсортировать матрицу по столбцам с весовой функцией

$$\nu_\text{с}(Y) = \max_i |y_i|,$$

где $Y = [y_i] \in \mathbb{R}^{n\times 1}$.

Задача 3г. Отсортировать матрицу по строкам с весовой функцией

$$\nu_\text{г}(X) = \min_j x_j,$$

где $X = (x_j) \in \mathbb{R}^{1\times m}$.

Задача 3с. Отсортировать матрицу по столбцам с весовой функцией

$$\nu_\text{с}(Y) = \min_i y_i,$$

где $Y = [y_i] \in \mathbb{R}^{n\times 1}$.

Задача 4г. Отсортировать матрицу по строкам с весовой функцией

$$\nu_\text{г}(X) = \min_j |x_j|,$$

где $X = (x_j) \in \mathbb{R}^{1\times m}$.

Задача 4с. Отсортировать матрицу по столбцам с весовой функцией

$$\nu_\text{с}(Y) = \min_i |y_i|,$$

где $Y = [y_i] \in \mathbb{R}^{n\times 1}$.

Задача 5г. Отсортировать матрицу по строкам с весовой функцией

$$\nu_\text{г}(X) = \sum_j x_j,$$

где $X = (x_j) \in \mathbb{R}^{1\times m}$.

Задача 5с. Отсортировать матрицу по столбцам с весовой функцией

$$\nu_\text{с}(Y) = \sum_i y_i,$$

где $Y = [y_i] \in \mathbb{R}^{n\times 1}$.

Задача 6г. Отсортировать матрицу по строкам с весовой функцией

$$\nu_\text{г}(X) = \sum_j |x_j|,$$

где $X = (x_j) \in \mathbb{R}^{1\times m}$.

Задача 6с. Отсортировать матрицу по столбцам с весовой функцией

$$\nu_\text{с}(Y) = \sum_i |y_i|,$$

где $Y = [y_i] \in \mathbb{R}^{n\times 1}$.

Задача 7г. Отсортировать матрицу по строкам с весовой функцией

$$\nu_\text{г}(X) = \max_j x_j - \min_j x_j,$$

где $X = (x_j) \in \mathbb{R}^{1\times m}$.

Задача 7с. Отсортировать матрицу по столбцам с весовой функцией

$$\nu_\text{с}(Y) = \max_i y_i - \min_i y_i,$$

где $Y = [y_i] \in \mathbb{R}^{n\times 1}$.

Задача 8г. Отсортировать матрицу по строкам с весовой функцией

$$\nu_\text{г}(X) = \max_j |x_j| - \min_j |x_j|,$$

где $X = (x_j) \in \mathbb{R}^{1\times m}$.

Задача 8с. Отсортировать матрицу по столбцам с весовой функцией

$$\nu_\text{с}(Y) = \max_i |y_i| - \min_i |y_i|,$$

где $Y = [y_i] \in \mathbb{R}^{n\times 1}$.